

# TESTIRANJE SHARPE-LINTNEROVA MODELA NA ZAGREBAČKOJ BURZI

Mladen FRUK, student  
Ekonomski fakultet, Zagreb  
Ivan HULJAK, student  
Ekonomski fakultet, Zagreb

Stručni članak\*  
UDK 336.761  
JEL E44

## Sažetak

Jedna od najvažnijih rasprava na tržištima kapitala jest može li model za procjenjivanje kapitalne imovine (CAPM) služiti kao osnova za odluke o investiranju. William Sharpe i John Lintner razvili su model koji pokazuje da je "ispravna" mjera rizika za dionice sistemski rizik (beta). Kasnije su mnogi poduprli CAPM pristup, ali su i mnogi kritizirali model (Fama i French). Nadalje, u vezi s tržištem kapitala u nastajanju može se raspravljati o korisnosti modela te, posebno, ako je kvaliteta podataka upitna. Ovaj rad testira Sharpe-Lintnerov model na primjeru Zagrebačke burze. Isto tako, pokušava odgovoriti na pitanje mogu li investitori vjerovati beta-koeficijentima prilikom donošenja odluka o ulaganju.

*Ključne riječi: Markowitzev model, CAPM, beta-koeficijenti, Zagrebačka burza*

## 1. Uvod<sup>1</sup>

Markowitzev *mean-variance* (M-V) model statički je dvokriterijski model koji služi analitičarima portfelja za konstruiranje efikasne granice s obzirom na *trade-off* između rizika i prinosa. Markowitz (1952) pokazuje da je za racionalnog investitora koji maksimizira očekivanu korisnost odabrani portfelj optimalan, uzimajući u obzir kriterije očekivani prinos i varijancu prinosa kao mjeru rizika. Takav nedominirani portfelj efikasan je u smislu da generira najveći očekivani prinos za danu razinu rizika, odnosno najniži rizik za danu razinu prinosa. Markowitzevo normativno M-V pravilo za ponaša-

---

\* Primljeno (*Received*): 1.6.2003.

Prihvaćeno (*Accepted*): 8.12.2003

<sup>1</sup> Autori zahvaljuju prof. dr. sc. Bošku Šegi, mr. sc. Tomislavu Petrovu (Ekonomski fakultet – Zagreb) i anonimnim recenzentima na korisnim sugestijama te Gordani Miškulin (Zagrebačka burza) na mjesečnim izvještajima Zagrebačke burze za 1998. i 1999. godinu. Za eventualne pogreške u radu odgovorni su isključivo autori.

nje investitora implicira diversifikaciju tržišnog portfelja. Određivanje efikasnog skupa iz skupa mogućih investicija zahtijeva formuliranje i rješavanje parametarskoga kvadratičnog programiranja. Efikasan portfelj je točka u prostoru rizika i prinosa, a njihov skup čini efikasnu granicu.

Procjena parametara kao što su prinosi, varijance i kovarijance, koji su zahtijevani kao inputi u M-V analizi, ključan je korak u modeliranju. Male promjene inputa mogu imati velik utjecaj na optimalne pondere pojedinih investicija u portfelju. Chopra i Ziemba (1993) pokazali su da su za prosječnog investitora, uz kojega se veže dana tolerancija rizika, pogreške u procijenjenim prinosima više nego deset puta važnije od pogrešaka u procjeni varijanci te oko dvadeset puta važnije od pogrešaka u procjeni kovarijanci.

Kasnije su Sharpe (1963, 1964) i Lintner (1965) razvili model za procjenjivanje kapitalne imovine (CAPM<sup>2</sup>). CAPM je linearni ravnotežni model prinosa na investicije koji objašnjava prinose iznad nerizične stope pomoću kovarijanci prinosa na pojedine investicije jedino kroz njihove kovarijance s cjelokupnim tržištem. Uvođenje nerizične investicije u model implicira da svaki racionalni investitor bira linearnu kombinaciju između tržišnog portfelja i nerizične investicije, ovisno o njegovim preferencijama prema riziku. Sharpe-Lintnerov model je prilično jednostavan pa su ga financijski analitičari i investitori objueručke prihvatili za analizu konkretnih problema. Ross (1976), koristeći se faktorskom analizom, razvio je arbitražni model određivanja cijene kapitala (ARBM<sup>3</sup>). Bit ARBM-a zasniva se na pretpostavci da se cijene vrijednosnih papira mijenjaju kako investitori mijenjaju svoje portfelje u potrazi za natprosječnim prinosima.

U ovom radu pokušavamo otkriti koliko dobro Sharpe-Lintnerov model opisuje prinose na hrvatskom tržištu kapitala. S obzirom na to da je debata o korisnosti modela još uvijek aktualna, želimo joj pridonijeti još jednim empirijskim radom, pri čemu je fokus istraživanja nerazvijeno hrvatsko tržište kapitala. U drugom dijelu prikazan je Markowitzov model kao temelj moderne teorije portfelja. Teorijske postavke Sharpe-Lintnerova modela prikazane su u trećem dijelu rada, a četvrti se dio bavi ekonometrijskim testiranjima modela. Rasprava o vrijednosti takvih testiranja, kao i preporuke za buduća istraživanja dani su u zaključku.

## 2. Standardni Markowitzov M-V model

M-V pristup optimizaciji portfelja sigurno je najpopularniji pristup kojim se odabire portfelj. Investitor je suočen s kriterijem profitabilnosti portfelja, koji označava očekivani prinos, te s rizikom mjeranim varijancom prinosa portfelja. Ta dva kriterija dovoljna su za definiranje kompletnog poretka investitorovih preferencija. Dobiveni rezultat posljedica je pojednostavnjene pretpostavke da je investitorova funkcija korisnosti kvadratičnog oblika te da su prinosi normalno distribuirani.

Ako se s  $x_i$  označi udio investicije  $i$  u portfelju, s  $W$  iznos kojim investitor raspolaže te s  $E(r_i) = [E(r_i)]^T$  očekivani prinosi  $i$ -te investicije u portfelju ( $i=1, \dots, N$ ), tada je očekivani prinos portfelja,  $E(r_p)$ , definiran vektorom  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ , dan kao:<sup>4</sup>

---

<sup>2</sup> Termin CAPM označava *Capital Asset Pricing Model*.

<sup>3</sup> Termin ARBM označava *Arbitrage Pricing Model*.

<sup>4</sup> Vektor  $x^T$  je vektor redak koji je varijabla odluke.

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N E(r_i)x_i = x^T E(r) \quad (1)$$

Varijanca portfelja predočena je ovom kvadratnom formom:

$$\sigma_p^2(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \sigma_{ij} x_j = x^T Q x \quad (2)$$

gdje je  $\sigma_{ij}$  kovarijanca prinosa između investicije  $i$  i  $j$ ,  $Q = (\sigma_{ij}) \in M_n$  matrica varijanci i kovarijanci<sup>5</sup> vektora prinosa  $r$ . Efikasan portfelj, definiran minimalnom varijancom za zadani očekivani prinos, može se dobiti rješavanjem sljedećega kvadratičnog programa:

$$\min. x^T Q x, \quad (3)$$

$$\text{uz ograničenja } \sum_{i=1}^N x_i r_i \geq \rho \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (5)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, K, N, \quad (6)$$

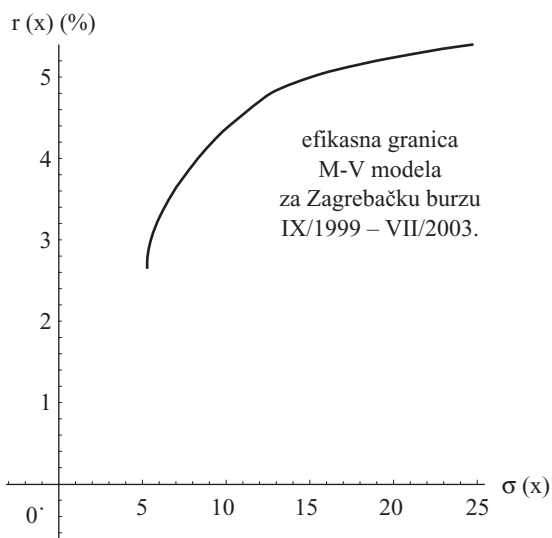
za različite vrijednosti  $\rho$ , gdje je  $\rho$  zahtijevani prinos portfelja. Ograničenje (4) govori da realizirani prinos portfelja mora biti barem onoliko koliki je zahtijevani prinos, (5) predočuje budžetsko ograničenje (investitor raspolaže ograničenim proračunom za investiranje), a jednadžba (6) pretpostavlja nenegativnost komponenti vektora odluke. Osim toga, nejednadžbama (6) osigurali smo da ne postoji *short selling*, tj. prodaja vrijednosnih papira koji su posuđeni s namjerom kupovine i vraćanja tih vrijednosnih papira u budućnosti, kada im padne cijena (Madura, 2003).

Koristeći se programskim paketom *Mathematica* i podacima opisanim u odjeljku 4, možemo prikazati Markowitzovu efikasnu granicu u prostoru kriterija rizika i prinosa ( $\sigma$ ,  $\rho$ ).<sup>6</sup> Efikasna je granica dobivena variranjem zahtijevanog prinosa u kvadratičnom programu prikazanog jednadžbama (3)-(6). Odabrali smo da  $\rho$  čine aritmetički niz s početnim članom 1, diferencijom 0,05 i promatrali samo njegovih prvih 90 članova. Efikasnu granicu čine svi portfelji čiji je prinos veći od prinosa portfelja s minimalnim rizikom (standardnom devijacijom). To je posljedica pretpostavke racionalnosti investitora jer svaki racionalni investitor ulaže u portfelj s najvećom razinom prinosa za danu razinu rizika.

<sup>5</sup> Ako je  $i=j$ , onda je  $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ , što čini varijancu  $i$ -te investicije. Markowitz (1987) pretpostavlja da je matrica kovarijanci pozitivno semidefinitna te prihvaća mogućnost da može biti singularna ili regularna. Nekoliko je razloga za takvu pretpostavku: (1) Analitičari se pokatkad koriste povijesnim podacima pri izračunavanju matrice kovarijanci s više razmotrenih investicija nego opaženih kombinacija prinosa i varijanci. U tom slučaju matrica  $Q$  uvijek će biti singularna. (2) Kombinacija prinosa od kupnje *call opcije* i sastavljanja *put opcije* na istu dionicu savršeno je korelirana s prinosom na samu dionicu. Ako se *put opcija*, *call opcija* i dionica na temelju koje su opcije sastavljene nalaze u istom portfelju, te se primjenjuje dijagonalizirana matrica kovarijanci [ $Q=(\sigma_{ij}=0), i \neq j$ ], rezultat će singularnošću matrice kovarijanci. Za daljnju raspravu o svojstvima matrice kovarijanci vidjeti Markowitz (1987).

<sup>6</sup> Autori zahvaljuju mr. sc. Tomislavu Petrovu koji je izradio kvadratični program za konstruiranje efikasne granice u programskom paketu *Mathematica*.

Slika 1. Markowitzeva efikasna granica na Zagrebačkoj burzi



Izvori: Mjesečna izvješća Zagrebačke burze i izračun autora

### 3. Sharpe-Lintnerov model (CAPM)

Sharpe (1964) i Lintner (1965) pretpostavljaju da svi investitori traže Markowitzevu M-V efikasnost, očekivanja o kretanju tržišta su homogena te se svi suočavaju s identičnim skupom ograničenja. Nadalje, postoji dovoljno velik broj investitora pa pojedinačno ne mogu utjecati na cijene investicija, kojima se smatraju samo standardizirani vrijednosni papiri poput dionica ili obveznica te nerizična investicija.<sup>7</sup> U modelu se investicijama ne smatraju investicije u realnu imovinu i ljudski kapital. Nema transakcijskih troškova niti poreza na kapitalni dobitak.

Ako svi investitori maksimiziraju korisnost uz dani rizik za identičan skup investicija i identično vremensko razdoblje, moraju doći do identičnog optimalnog rizičnog portfelja. Takav se portfelj zove tržišni portfelj, a prikazan je vektorom  $x^m = (x_1^m, x_2^m, \dots, x_N^m)$ , gdje je  $x_i^m$  omjer vrijednosti  $i$ -te investicije i vrijednosti svih investicija na tržištu. Tržišni portfelj obuhvaća sve investicije na tržištu. Cjenovna prilagodba, koja ovisi o ponudi i potražnji pojedinih investicija, osigurava da se u ravnoteži sve investicije nalaze u optimalnom rizičnom portfelju. Svaki investitor odabire svoj portfelj kao linearnu kombinaciju između optimalnog rizičnog portfelja i nerizične investicije, ovisno o sklonosti prema riziku. Isto tako, model dopušta investitorima koji preferiraju više rizika (pa i prinosa) nego što nudi tržišni portfelj da posude dodatni iznos po nerizičnoj kamatnoj

<sup>7</sup> Nerizična investicija je ona čija je vjerojatnost ostvarivanja očekivanog prinosa jednaka 1. Uobičajeno je nerizičnu investiciju definirati kao kratkoročnu obveznicu države.

stopi. Prinos iznad nerizične stope  $i$ -te investicije  $\bar{r}_i - r_f$ , gdje je  $r_f$  nerizična kamatna stopa, proporcionalan je  $\beta_i$ , regresijskom koeficijentu prinosa na  $i$ -tu investiciju i prinosa na tržišni portfelj. Model možemo prikazati jednadžbom:

$$\bar{r}_i - r_f = \left( \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_m} \right) \left( \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m} \right), \quad (7)$$

ili

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f) \beta_i, \quad (8)$$

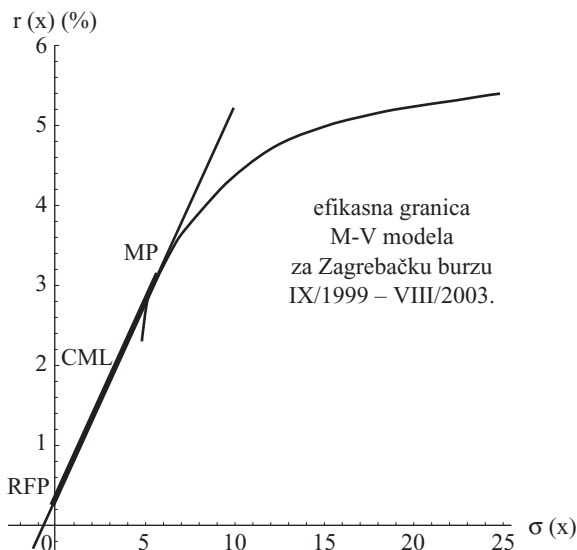
gdje je  $\sigma_{im} = \sum_{j=1}^N x_j^m \sigma_{ij}$  kovarianca prinosa  $i$ -te investicije s prinosom tržišnog portfelja,  $(\bar{r}_m)$ ,  $\sigma_m^2$  varijanca prinosa tržišnog portfelja, a  $\beta_i = \sigma_{im} / \sigma_m^2$  beta je  $i$ -te investicije. Beta je mjera sistemskog (tržišnog) rizika. Sistemski je rizik dio rizika koji ne može biti izbjegnuto kombiniranjem investicija u portfelju, tj. diversifikacijom. Nesistemski rizik je potpuno uklonjen u tržišnom portfelju.<sup>8</sup> Model omogućuje investitorima da relativno jednostavno izračunaju zahtijevani ravnotežni prinos na bilo koju rizičnu investiciju. Ako je procijenjeni prinos različit od ravnotežnoga, CAPM zahtijeva da je investicija ili podcijenjena ili precijenjena. Na slici 2. prikazana je efikasna granica i linija tržišta kapitala u prostoru kriterija  $(\sigma, r)$ . Odsječak pravca na ordinati jednak je aritmetičkoj sredini prinosa na blagajničke zapise HNB-a. Iz slike je vidljivo da uvođenjem nerizične investicije cijela konveksna ovojnica više nije efikasna granica kao u Markowitzevu modelu, već samo njezin dio iznad tržišnog portfelja (MP). Ako su investitori racionalni te imaju homogena očekivanja, tržišni portfelj sadržava sve investicije na tržištu u kojemu su udjeli investicija u tržišnom portfelju proporcionalni tržišnoj vrijednosti. Nagib pravca iz točke RFP daje Sharpeov omjer, tj. prinos iznad nerizične investicije po jedinici rizika:

$$SR = \frac{\rho - r_f}{\sigma}. \quad (9)$$

S obzirom na to da je u tržišnom portfelju Sharpeov omjer najveći, tržišni se portfelj može testirati tako da se maksimizira Sharpeov omjer za bilo koji portfelj na efikasnjoj granici (Campbell, Lo i MacKinlay, 1997).

<sup>8</sup> U stvarnosti je teško potpuno izbjeći nesistemski rizik zbog transakcijskih troškova. S obzirom na to da transakcijski troškovi čine relativno mali udio u vrijednosti investicije i radi jednostavnosti prikaza oni su zanemareni.

Slika 2. Sharpe-Lintnerov model na Zagrebačkoj burzi



Izvori: Mjesečna izvješća Zagrebačke burze i izračun autora

#### 4. Testiranje Sharpe-Lintnerova modela

##### A) Podaci

U analizu smo uključili  $N=17$  dionica kojima se trgovalo od rujna 1998. do kolovoza 2003. godine. Nakon rujna 1998. u burzovne kotacije Zagrebačke burze uključeno je više od 30 dionica.<sup>9</sup> Međutim, njihovo uključivanje u analizu smanjilo bi kvalitetu testa zbog kraće vremenske serije te neredovite trgovine tim dionicama. Analiza 17 dionica omogućuje vremensku seriju od  $T=60$  mjesečnih podataka izvedenih iz mjesečnih burzovnih izvješća Zagrebačke burze, što je uobičajeno u testiranjima modela na razvijenim tržištima. Vremenska serija od 60 mjeseci dovoljno je dugačka da iščeznu svi kratkoročni šokovi, odnosno da se beta-koeficijenti prilagode svojim dugoročnim vrijednostima.

Nepoznavanje “pravog” tržišnog portfelja unosi najviše nesigurnosti u testiranje Sharpe-Lintnerova modela. Roll (1977) osporava CAPM pristup upravo zbog nemogućnosti identificiranja “pravog” tržišnog portfelja koji bi osim dionica trebao obuhvatiti i druge vrijednosne papire, ali i investicije u ljudski kapital te realnu imovinu. Međutim, u empirijskim testiranjima modela na razvijenim tržištima najčešće se koriste burzovni indeksi koji mogu poslužiti kao dobar *proxy*, prije svega jer sadržavaju velik broj likvidnih dionica pa su i dobro diversificirani. Nažalost, indeks Zagrebačke burze (CROBEX)

<sup>9</sup> U rujnu 2003. na Zagrebačkoj se burzi trgovalo s 58 dionica u tri kotacije.

nije dobro konstruiran da bi se mogao primjenjivati pri testiranju modela. Prvo, pri konstruiranju CROBEX-a premalo se pozornosti pridavalo specifičnim događajima na tržištu kapitala koji se odražavaju na portfeljima investitora. Udjeli koji su pojedine dionice imale u CROBEX-u u suprotnosti je s racionalnom diversifikacijom portfelja. Prije svega to se odnosi na dionice PLVA, ZABA i PODR. Drugo, dionica ZABA je i nakon preuzimanja ostala u indeksu, iako je eliminirana iz portfelja gotovo svakog investitora. To možda i ne bi bio velik problem da te dionice u razdoblju nakon javne ponude nisu prouzročile velike oscilacije CROBEX-a koje zasigurno ne bi prouzročio "pravi" tržišni portfelj.<sup>10</sup> Zbog navedenih razloga za prinos tržišnog portfelja korišten je posebno konstruiran indeks. Udjeli pojedinih dionica u indeksu dobiveni su prema formuli:

$$u_i = \frac{\varphi_i}{\sum_{i=1}^N \varphi_i}, \quad i = 1, \dots, 13, \quad (10)$$

gdje je  $\varphi_i$  tržišna kapitalizacija pojedine dionice. Ispuštene su dionice ELKA, KOEI, JDTT i VLEN zbog relativno male tržišne kapitalizacije, zbog čega ne bi imale značajan utjecaj na kretanje indeksa. Indeks je revidiran polugodišnje, 30. rujna i 31. ožujka, te je maksimalan udio određene dionice 20%. Zbog diversifikacije rizika i uz pretpostavku dobro izbalansiranog portfelja (otprilike 50% dionice, 50% obveznice) nelogično bi bilo očekivati da racionalni investitor ulaže u pojedinu dionicu iznose veće od 10% ukupno raspoloživog kapitala za investiranje. Ograničenje od 20% za dionice PLVA vrijedi cijelo vrijeme, odnosno na dan svake revizije potrebno je odrediti novi broj dionica za izračun tržišne kapitalizacije. U ožujku 2002. iz indeksa je ispuštena dionica ZABA zbog objave javne ponude, dok je u travnju 2003. provedena izvanredna revizija te je ispuštena dionica KAPI zbog objave javne ponude. Iako bi metodološki bilo korektnije računati pondere na temelju *free-float* kapitalizacije, to je zanemareno jer zahtijeva konstantno praćenje dioničkih knjiga društava kako bi se ustanovio broj dionica kojima se aktivno trguje. Slika 3. pokazuje da je konstruirani indeks manje volitalan nego CROBEX (koefficient varijacije CROBEX-a gotovo je dvostruko veći). To je posljedica ograničenja od 20% i većeg broja dionica u indeksu pa velika volitalnost pojedinih dionica ne može bitno utjecati na kretanje indeksa. Korelacija između dvije vremenske serije iznosi 0,66.

Za prinos nerizične investicije korištena je kamatna stopa na dragovoljno upisane blagajničke zapise HNB-a s rokom dospjeća od 35 dana. S obzirom na to da su kamatne stope za pojedine mjesece iskazane na godišnjoj razini, konvertirani su u mjesečne prema formuli za komforni kamatnjak:

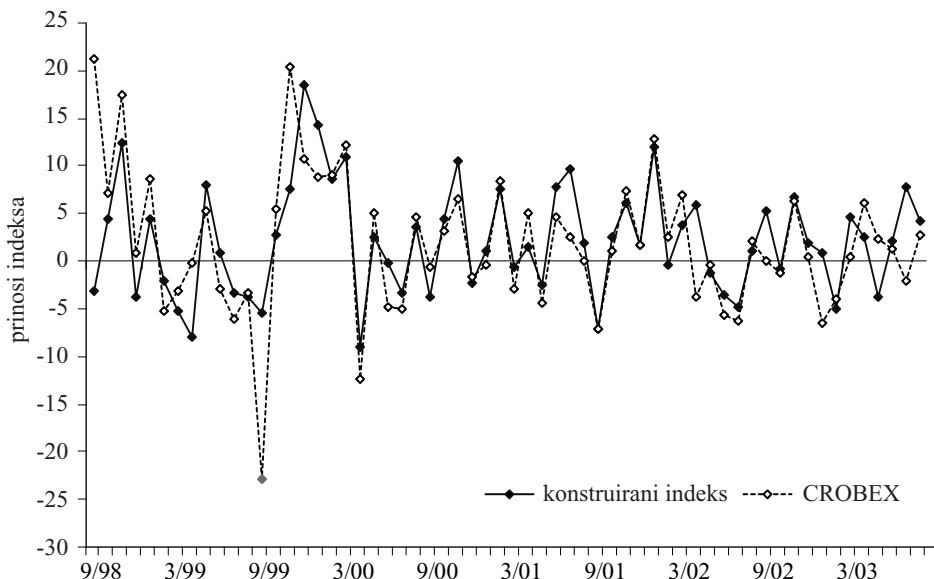
$$r_f = 100 \left[ \sqrt[12]{\left( 1 + \frac{r_f^{god}}{100} \right)} - 1 \right] \quad (11)$$

gdje je  $r_f^{god}$  godišnja kamatna stopa za pojedini mjesec. Odabir blagajničkih zapisa metodološki gledano nije zadovoljavajući jer nemaju svi investitori pristup primarnim aukcijama HNB-a. Međutim, blagajnički su zapisi korišteni zbog nedostatka konzistentne

<sup>10</sup> Za raspravu o nedostacima CROBEX-a kao tržišnog portfelja zahvaljujemo anonimnom recenzentu.

baze podataka o trezorskim zapisima Ministarstva financija, a smatramo da mogu služiti kao dobar *proxy* za nerizičnu investiciju jer ih, kao i trezorske zapise, izdaje država.<sup>11</sup>

Slika 3. Prinosi konstruiranog indeksa i CROBEX-a



Izvori: Mjesečna izvješća Zagrebačke burze i izračun autora

### B) Ekonometrijsko testiranje

Model ćemo testirati korištenjem OLS regresija. Sharpe-Lintnerov model nema vremensku dimenziju te je za ekonometrijsko testiranje modela nužno pretpostaviti da su prinosi neovisno, identično i normalno distribuirani kroz vrijeme (Campbell, Lo i MacKinlay, 1997). Najprije ćemo procijeniti karakteristični pravac za svaku dionicu, a zatim ćemo se procijenjenim koeficijentima prve regresijske jednadžbe koristiti kao ulaznim podacima druge regresijske jednadžbe za procjenu linije tržišta kapitala. Temeljna teoretska postavka jest da beta-koeficijenti opisuju većinu varijabilnosti u prinosima dionica. Takav je test prvi predložio Lintner (1965).

S obzirom na to da testiranje modela zahtijeva *a priori* poznate beta-koeficijente, moramo ih procijeniti. Uobičajen ocjenjivač beta-koeficijenata je OLS ocjenjivač nagiba pravca iz jednadžbe (8). Tada regresijska jednadžba glasi:

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i (r_{mt} - r_{ft}) + u_{it}, \quad i = 1, K, N, \quad t = 1, K, T, \quad (12)$$

<sup>11</sup> Prinosi blagajničkih zapisa dostupni su na Internet stranicama HNB-a ([www.hnb.hr](http://www.hnb.hr)). Prinosi dionica dostupni su na Internet stranicama Zagrebačke burze ([www.zse.hr](http://www.zse.hr)).



gdje je  $u_{it}$  normalno distribuirana slučajna pogreška za dionicu  $i$  u vremenu  $t$ , a  $\alpha$  i  $\beta$  su koeficijenti regresijske jednadžbe. Alfa prikazuje prinos iznad nerizične investicije, kada dionica uopće nije korelirana s tržištem i teoretski bi trebala biti nula. Jednadžba (12) daje karakterističan pravac za svaku od 17 promatranih dionica. Tablica 1. sumira dobivene rezultate za svih 17 dionica. Pretpostavka o normalnosti distribucije prinosa omogućuje nam konstrukciju jednostavnog t-testa i ovih hipoteza:

$$H_0 : E[\hat{\alpha}_i] = 0; H_1 : E[\hat{\alpha}_i] \neq 0$$

$$H_0 : E[\hat{\beta}_i] = 0; H_1 : E[\hat{\beta}_i] > 0$$

Tablica 1. Rezultati regresijske jednadžbe (12)

	$\overline{r_i - r_f}$	$\hat{\alpha}_i$	Standardna pogreška	$\hat{\beta}_i$	Standardna pogreška	$\hat{\sigma}_{u_i}^2$	R <sup>2</sup>	D-W statistika <sup>a</sup>	G-Q statistika <sup>b</sup>
DABA-R-A	4,96	4,09	3,64	0,53	0,61*	733,44	0,01	1,94	3,21***
ELKA-R-A	1,01	0,25	2,51	0,46	0,42*	349,05	0,02	2,55**	1,80
ISTT-R-A	1,85	0,71	2,04	0,69	0,34	230,23	0,07	2,02	1,32
JDTT-R-A	4,09	3,90	3,00	0,12	0,50*	500,11	0,00	2,18	1,85
JNAF-R-A	0,63	-0,63	1,76	0,77	0,29	172,56	0,10	1,89	2,19***
KAPI-R-A	3,66	2,79	2,64	0,53	0,44*	386,16	0,02	1,93	3,33***
KOEI-R-A	0,65	-0,48	2,05	0,68	0,34	233,69	0,06	1,94	1,03
KRAS-R-A	2,29	0,48	1,95	1,10	0,32	210,03	0,17	1,98	1,64
PBZ-R-A	1,32	0,03	1,50	0,78	0,25	125,63	0,14	2,37	2,31***
PLAG-R-A	4,21	0,86	4,16	2,04	0,69	959,23	0,13	2,21	11,57***
PLVA-R-A	1,06	-0,05	1,38	0,67	0,23	105,53	0,13	1,48**	2,50***
PODR-R-A	1,15	-1,15	1,24	1,39	0,21	85,36	0,44	2,13	4,27***
RIBA-R-A	2,24	0,86	2,26	0,84	0,38	284,15	0,08	2,18	4,61***
RIVP-R-A	2,41	0,92	1,72	0,91	0,29	164,52	0,15	2,44	1,24
VABA-R-1	2,93	1,13	2,71	1,09	0,45	408,55	0,09	1,90	3,41***
VLEN-R-A	0,03	-1,30	1,91	0,80	0,32	203,30	0,10	2,21	1,45
ZABA-R-A	2,55	0,18	1,66	1,44	0,28	153,63	0,32	2,46**	1,03

Napomena: <sup>a</sup> kritične vrijednosti Durbin-Watson statistike za  $N=60$  opažanja i jednu objašnjavajuću varijablu na 5% signifikantnosti jesu 1,55-1,62 za pozitivnu autokorelaciju te 2,38-2,45 za negativnu autokorelaciju (Dougherty, 2002); <sup>b</sup> kritične vrijednosti Goldfeld-Quandtove statistike za  $N'=22$  s 20 i 20 stupnjeva slobode na 5% signifikantnosti iznose 2,12; \* nesignifikantno na 5%; \*\* ne odbacujemo  $H_0$  o postojanju autokorelacije; \*\*\* odbacujemo  $H_0$  o homoskedastičnosti.

Kritična vrijednost t-distribucije za 58 stupnjeva slobode na 5% signifikantnosti za dvostrani test jest 2,00. To znači da u svih 17 slučajeva ne odbacujemo nultu hipotezu da je očekivana vrijednost odsječka na ordinati jednaka nuli. Za beta-koeficijent opravdano se koristiti jednostranim testom jer možemo unaprijed pretpostaviti da je  $\beta_i \geq 0$  jer Sharpe-Lintnerov model pretpostavlja pozitivan *trade-off* između rizika i prinosa. Uvođenje teoretskog ograničenja može poboljšati test beta-koeficijentata. Korištenje jednostranog testa omogućuje nam da za danu vjerojatnost pogreške tipa I. (ako je  $H_0$  istini-

ta hipoteza) smanjimo vjerojatnost pojave pogreške tipa II. (ako je  $H_0$  neistinita hipoteza). Kritična vrijednost za 58 stupnjeva slobode na 5% signifikantnosti za jednostrani test je 1,67. Nesignifikantni beta-koeficijenti su dionica DABA, ELKA, JDTT i KAPI. U pretposljednjoj koloni prikazan je Durbin-Watsonov test statistike ( $D-W_{stat}$ ) koji služi za detekciju AR(1) autokorelacije (autoregresivne autokorelacije prvog reda). D-W statistika izračunava se iz reziduala prema izrazu (Dougherty, 2002):

$$D - W_{stat} = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2}, \quad (13)$$

gdje je  $e_t$  rezidual u vremenu  $t$ . Reziduali prikazuju razliku između stvarnog prinosa pojedine dionice i prinosa koji predviđa regresijska jednadžba. Ekonomska interpretacija mjesečnih reziduala jest da oni mjere događaje koji su specifični za svako poduzeće, tj. koji se ne mogu opisati sistemskim rizikom.

Ako nema autokorelacije, D-W statistika težit će prema 2. Durbin-Watsonove kritične vrijednosti su 1,55 za pozitivnu autokorelaciju te 2,45 za negativnu autokorelaciju za 60 opažanja i jednu objašnjavajuću varijablu na 5% signifikantnosti. Općenito, autokorelacija ne uzrokuje pristranost OLS ocjenjivača, ali je, ako pristranost postoji, uvijek moguće naći alternativni ocjenjivač koji je efikasniji, tj. koji ima manju varijancu. Tako možemo pretpostaviti da je standardna pogreška beta-koeficijenta dionice PLVA podcijenjena. Istodobno, dionice ELKA i ZABA pokazuju negativnu autokorelaciju, što je vrlo rijetko u ekonomskim modelima. To upućuje na moguće probleme vezane uz nestabilnosti nerazvijenog tržišta kapitala, ali i na potencijalnu nelikvidnost dionice. Ostalih 14 analiziranih dionica ne pokazuju znakove AR(1) tipa autokorelacije.

U posljednjem stupcu tablice 2. prikazani su rezultati Goldfeld-Quandtova testa statistike ( $G-Q_{stat}$ ).  $G-Q_{stat}$  uobičajeni je formalni test heteroskedastičnosti, a pretpostavlja da je standardna devijacija pogreške procjene (obrnuto) proporcionalna objašnjavajućoj varijabli. N uređenih parova rangirano je po veličini objašnjavajuće varijable te se provode dvije zasebne regresije. Prva se provodi za prvih  $N'$ , a druga za posljednjih  $N'$  opažanja, gdje je  $N' \approx 3/8 N$ . U promatranom primjeru je  $N'=22$  pa je središnjih 16 opažanja odbačeno.  $G-Q_{stat}$  omjer je većeg i manjeg rezidualnog zbroja kvadrata iz dviju regresija i distribuiran je prema F-distribuciji s  $(N'-k)$  i  $(N'-k)$  stupnjeva slobode, pri čemu je  $k$  broj ocijenjenih parametara u regresijskome modelu. Kritična vrijednost F-distribucije za 20 i 20 stupnjeva slobode na 5% signifikantnosti jest 2,12. Regresije devet dionica pokazuju znakove heteroskedastičnosti. Posljedice heteroskedastičnosti slične su posljedicama autokorelacije – standardne su pogreške OLS ocjenjivača podcijenjene, ali ocjenjivači ostaju nepristrani i konzistentni. S obzirom na to da prinosi dionica na Zagrebačkoj burzi u promatranom razdoblju znatno variraju, bilo je i logično očekivati heteroskedastičnost. Postoji mnogo *outliera* u podacima pa samo nekoliko velikih odstupanja može prouzročiti signifikantno velike razlike između prve i druge regresije u Goldfeld-Quandtovu testu.

Koeficijent determinacije ( $R^2$ ) kreće se od 0,02 do 0,15, što pokazuje da velik dio varijance prinosa pojedine dionice nije objašnjen prinosom tržišnog portfelja. Takav je zaključak i očekivan jer su na cijene dionica djelovali mnogi specifični faktori poput preuzimanja, relativno malog broja sudionika na tržištu, velikog udjela institucionalne trgovine i sl.

Pretpostavljajući da su beta-koeficijenti dani jednadžbom (12), analizirat ćemo ove regresijske jednadžbe:

$$\overline{r_i - r_f} = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_i + u_i, \quad (14)$$

$$\overline{r_i - r_f} = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_i + \gamma_2 \hat{\sigma}_u^2 + u_i, \quad (15)$$

$$\overline{r_i - r_f} = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_i + \gamma_3 \log \bar{\varphi}_i + u_i, \quad (16)$$

$$\overline{r_i - r_f} = \gamma_0 + \gamma_3 \log \bar{\varphi}_i + \gamma_4 \hat{\beta}_i^{BAYES} + u_i, \quad (17)$$

gdje je  $\overline{r_i - r_f}$  prosječni prinos iznad nerizične investicije za svaku od 17 dionica,  $\hat{\beta}_i$  su procijenjeni beta-koeficijenti,  $\hat{\sigma}_u^2$  je procijenjena varijanca slučajne pogreške,  $\log \bar{\varphi}_i$  je prirodni logaritam prosječne tržišne kapitalizacije,  $\hat{\beta}_i^{BAYES}$  je Bayesov ocjenjivač beta-koeficijenata, a  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  i  $\gamma_4$  koeficijenti su višestruke regresije. Procijenjena varijanca slučajne pogreške *proxy* je za nesistemske rizik. Transformaciju u Bayesove ocjenjivače beta-koeficijenta možemo prikazati jednadžbom (Bodie, Kane i Marcus, 1996):

$$\hat{\beta}_i^{BAYES} = \frac{2}{3} \hat{\beta}_i + \frac{1}{3}. \quad (18)$$

Motivacija za prilagođivanje beta-koeficijenata proizlazi iz istraživanja na američkom tržištu kapitala koje je pokazalo da beta-koeficijenti u prosjeku konvergiraju jedinici. Dva su razloga takvog ponašanja beta-koeficijenata. Prvi je intuitivan – nova se poduzeća ponašaju nekonvencionalno, imaju drugačiju tehnologiju, stilove menadžmenta te proizvode mali broj proizvoda. Kako poduzeće raste, diversificira rizik ulazeći u nove poslove te prihvaća uobičajenu tehnologiju, a samim time logično je da su kretanja cijena dionica više korelirana s kretanjem tržišta. Drugi je razlog statistički: što se beta pojedine dionice više razlikuje od jedinice, to je veća vjerojatnost da će i pogreška procjene biti veća (Bodie, Kane i Marcus, 1996).

U tablici 2. prikazani su rezultati regresijskih jednadžbi. Koeficijenti su dobiveni korištenjem OLS-a, pri čemu je zavisna varijabla prosječni prinos iznad nerizične investicije, a nezavisne varijable beta-koeficijenti, nesistemske rizik i prirodni logaritam tržišne kapitalizacije. Konzistentnost jednadžbe (14) s CAPM teorijom procjenjujemo testiranjem ove hipoteze:

$$H_0 : \gamma_0 = 0, \gamma_1 = \overline{r_m - r_f}.$$

Tablica 2. Rezultati regresijskih jednadžbi (14)-(17)

	Jednadžba (14)	Jednadžba (15)	Jednadžba (16)	Jednadžba (17)
	1,97	0,91	3,06	2,87
$\gamma_0$	(0,80)	(0,58)	(1,83)	(1,96)
	0,24	-0,24	0,37	
$\gamma_1$	(0,82)	(0,55)	(0,86)	–
		0,005		
$\gamma_2$	–	(0,001)	–	–
			-0,20	-0,20
$\gamma_3$	–	–	(0,30)	(0,30)
				0,56
$\gamma_4$	–	–	–	(1,29)
koeficijent korelacije	–	0,19	0,23	0,23
R <sup>2</sup>	0,01	0,60	0,04	0,04

Napomena: U zagradama su standardne pogreške regresijskih koeficijenata. Koeficijent korelacije izračunan je iz objašnjavajućih varijabli.

Koeficijent  $\gamma_0$  u jednadžbi (14) signifikantno je različit od nule. Koeficijent  $\gamma_1$  trebao bi biti jednak premiji rizika na tržišni portfelj, odnosno  $\bar{r}_m - \bar{r}_f = 1,65$ , a procijenjen je na 0,24. Jednadžbe (15) i (16) pokazuju da dodavanjem drugih varijabli u model koeficijent  $\gamma_1$  ostaje nesignifikantan i daleko od premije rizika na tržišni portfelj. Nizak koeficijent korelacije između objašnjavajućih varijabli pokazuje da u jednadžbama (15)-(17) ne postoji multikolinearnost. Koeficijent  $\gamma_2$  u jednadžbi (15) signifikantan je, što implicira da nesistemska rizik bolje opisuje prinose iznad prinosa nerizične investicije nego beta-koeficijenti. Osim toga, dodavanjem procijenjene varijance reziduala u model znatno je utjecalo na koeficijent determinacije. Varijabla tržišne kapitalizacije u modelu je nesignifikantna. U jednadžbi (17) umjesto beta-koeficijenta korišten je Bayesov ocjenjivač. Međutim, koeficijent uz tako prilagođeni beta-koeficijent nije signifikantan, a i koeficijent determinacije je samo 0,04.

Regresije (14)-(17) provedene su uz pretpostavku da su beta-koeficijenti ocijenjeni jednadžbom (12) istiniti i konstantni kroz vrijeme. Takav izbor neizbježno uvodi pogreške u ocjenu koeficijenata (engl. *measurement error*). Što je veća neizvjesnost povezana s točnošću beta-koeficijenata, to je veća i vjerojatnost da koeficijenti u regresijskim modelima (14)-(17) budu nekonzistentni, odnosno asimptotski pristrani. S obzirom na to da je hrvatsko tržište kapitala još relativno nerazvijeno, postoji mogućnost da se promjene u dinamici beta-koeficijenata mogu zbivati u mnogo kraćem vremenu.

## 5. Zaključak

Uzevši u obzir ograničenja testiranja, beta-koeficijenti u prvom koraku naglašavaju pozitivnu vezu između rizika i prinosa na Zagrebačkoj burzi. Međutim, koeficijenti R<sup>2</sup> pokazuju da varijacije prinosa tržišnog portfelja relativno slabo opisuju varijacije u prinosima dionica. Drugi korak u analizi pokazuje da beta-koeficijenti dobiveni iz analize vremenskih serija ne opisuju dobro prosječne prinose dionica. Dodavanje varijable

*proxy* nesistemskeg rizika značajno povećava koeficijent determinacije. To nas navodi na zaključak da nesistemički rizik, prezentiran varijancom reziduala, opisuje prinose iznad nerizične stope bolje nego sistemski rizik. Međutim, postoje i mnogi problemi vezani uz procjene beta-koeficijenata. Prije svega, mnogo je *outliera* u podacima što uzrokuje veliku varijabilnost prinosa dionica. Tako je za svaku od 17 dionica uvrštenih u analizu standardna devijacija prinosa veća od aritmetičke sredine prinosa (u prosjeku sedam puta). Nadalje, Latković (2001) naglašava da rizik nelikvidnosti može biti značajan čimbenik na tržištima u nastajanju, dok se u ekonometrijskim analizama razvijenih tržišta on najčešće zanemaruje. Sharpe-Lintnerov model pretpostavlja da se cijene investicija neće promijeniti pod utjecajem investitora jer su svi dovoljno maleni da to osiguraju. Međutim, u Hrvatskoj postoji relativno malen broj institucionalnih investitora te bi bilo iluzorno očekivati da se cijena neke nelikvidne dionice ne promijeni pod utjecajem jednog takvog aktera na tržištu. Isto tako, u procijenjeni tržišni portfelj zasigurno nije ulagao svaki racionalni investitor. Nameće se zaključak da nijedan racionalni investitor na hrvatskom tržištu kapitala ne može formirati portfelj isključivo od dionica a da je zadovoljavajuće diversificiran.<sup>12</sup>

Fama i French (1992) pokazuju da se za velik broj analiziranih dionica i u dugom vremenskom razdoblju beta-koeficijenti ne mogu iskoristiti za objašnjavanje varijacija u prinosima. Tako Fama i French predlažu druge faktore kao što su veličina tržišne kapitalizacije te omjer knjigovodstvene i tržišne vrijednosti dionice koji na američkom tržištu kapitala bolje opisuju prinose nego sistemski rizik. Kasnije su još uvedeni dodatni faktori kao što su omjer cijene prema zaradi po dionici, prinos od dividendi, omjer dugova i ukupne imovine te stopa rasta zarade po dionici. Bilo bi zanimljivo istražiti utječe li u Hrvatskoj neki od tih faktora (ili neki drugi) na prinose više od sistemskog rizika. Ipak, za ozbiljnije analize potrebna je konzistentna baza podataka kakve trenutačno u Hrvatskoj nema.

Zaključujemo da investitori moraju biti oprezni koriste li se beta-koeficijentima pri donošenju odluka o ulaganju u pojedine dionice. Testiranje Sharpe-Lintnerova modela na Zagrebačkoj burzi pokazuje da sigurno postoji pozitivna veza između prinosa i beta-koeficijenata. Ostaje otvoreno pitanje mogu li se beta-koeficijenti koristiti prilikom donošenja odluka o ulaganju. Akademska rasprava o korisnosti Sharpe-Lintnerova modela nastavlja se.

## LITERATURA

- Blake, D., 1990.** *Financial market analysis*. Barkshire: McGraw-Hill Company.
- Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A. J. 1996.** *Investments*. Boston: Irwin.
- Brandimarte, P., 2002.** *Numerical methods in finance, a MATLAB based introduction*. New York: John Wiley & Sons.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W. and MacKinlay, A. C., 1997.** *The econometrics of financial markets*. Princeton; New Jersey: Princeton University Press.

---

<sup>12</sup> Za napomenu zahvaljujemo anonimnom recenzentu.

**Chopra, V. K. and Ziemba, W. T., 1993.** “The effect of errors in means, variances and covariances on optimal portfolio choice”. *Journal of Portfolio Management*, 19, 6-11.

**Dougherty, C., 2002.** *Introduction to econometrics*. Oxford: Oxford University Press.

**Fama, E. F. and French, K. R., 1992.** “The cross-section of expected stock returns”. *Journal of Finance*, 47, 427-465.

**Jagannathan, R. and McGrattan, E. R., 1995.** “The CAPM debate”. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 19 (4), 2-17.

**Kallberg, J. G. and Ziemba, W. T., 1983.** “Comparison of alternative utility functions in portfolio selection problems”. *Management Science*, 29, 1257-1276.

**Latković, M., 2001.** *Nesinkrono trgovanje i proračun sistematskog rizika* [online]. Zagreb: Zavod za teorijsku fiziku. Dostupno na: [<http://www.phy.hr/~laci/art/beta.pdf>].

**Lintner, J., 1965.** “Security prices, risk and maximal gains from diversification”. *Journal of Finance*, 20, 587-616.

**Madura, J., 2003.** *Financial markets and institutions*. Mason: Thomson South-Western.

**Markowitz, H. M., 1952.** “Portfolio selection”. *Journal of Finance*, 7 (1), 77-91. Reprinted in: S. H. Archer and C. A. D'Ambrosio, eds. *The theory of business finance: a book of readings*. New York: The Macmillan Company, 1967.

**Markowitz, H. M., 1987.** *Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets*. Oxford: Basil Blackwell.

**Petrov, T., 2003.** *Predavanje ekvilibrija na tržištima kapitala korištenjem programskog paketa Mathematica – primjer Zagrebačke burze*. Rad prezentiran na konferenciji PrimMath [2003].

**Roll, R., 1977.** “A critique of the asset pricing theory tests” [online]. *Journal of Financial Economics*, 4, 129-176. Available from: [[http://www.anderson.ucla.edu/acad\\_unit/finance/faculty/roll/Rollfull\\_files/1977-2.pdf](http://www.anderson.ucla.edu/acad_unit/finance/faculty/roll/Rollfull_files/1977-2.pdf)].

**Ross, S. A., 1976.** “The arbitrage theory of capital asset pricing”. *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.

**Sharpe, W. F., 1963.** “A simplified model for portfolio analysis”. *Management Science*, (9), 277-293.

**Sharpe, W. F., 1964.** “Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk”. *Journal of Finance*, 19 (3), 425-442. Reprinted in: S. H. Archer and C. A. D'Ambrosio, eds. *The theory of business finance: a book of readings*. New York: The Macmillan Company, 1967.

## **Mladen Fruk and Ivan Huljak: Testing out the Sharpe-Lintner Model on the Zagreb Stock Exchange**

### *Summary*

*One of the most important debates in capital markets is whether the Capital Asset Pricing Model (CAPM) can serve as a base for investment decisions. William Sharpe and John Lintner constructed a model that shows that the true measure of risk for stocks is the systematic risk (beta). In the subsequent period, many studies bore out the CAPM approach, but some others criticized the model (Fama and French). In addition, it can be argued that in the case of emerging stock exchanges the model is useless especially when the quality of data is questionable. The present study analyzes the Sharpe-Lintner model using the Zagreb Stock Exchange as a case study. Additionally, there should be a check on whether investors can trust beta coefficients in their investment decision-making processes.*

*Key words: Markowitz model, CAPM, beta coefficients, Zagreb Stock Exchange.*